Ngô Bao Châu, Universitat París-Sud, França

For his proof of the fundamental lemma in the theory of automorphic forms through the introduction of new algebro-geometric methods.

Ngô Bao Châu ha eliminat un dels grans impediments per a un ambiciós programa, de dècades de durada, descobrint connexions ocultes entre àrees de les matemàtiques aparentment allunyades entre si. D'aquesta manera, ha posat una base sòlida per a un gran cos teòric, i ha desenvolupat tècniques que molt possiblement donaran lloc a una allau de nous resultats.

El camí cap a l'assoliment de Ngô va començar el 1967, quan el matemàtic Robert Langlands va tenir una visió molt audaç i avançada d'una mena de túnel matemàtic que connecta dos camps que semblaven estar a anys llum de distància l'un de l'altre. La seva proposta era tan ambiciosa i poc realista, que la primera vegada que va mencionar-la al gran teorista de nombres André Weil, va començar amb aquesta frase mig avergonyint-se'n: «Si vostè està disposat a llegir [la carta] com a pura especulació li ho agrairé; si no estic segur que té una paperera a mà». A continuació, Langlands proposa tota una sèrie de conjectures fascinants, que han demostrat, des de llavors, ser un full de ruta per a una gran àrea de recerca.

La gran majoria d'aquestes conjectures no han estat comprovades encara, i es preveu que ocuparan molts matemàtics de generacions futures. Tanmateix, el progrés del programa fins ara ha estat un poderós motor per a nous resultats matemàtics, incloent la prova d'Andrew Wiles de l'últim teorema de Fermat, o la prova de Richard Taylor de la conjectura de Sato-Tate. La plena realització del programa de Langlands unificaria molts dels camps de les matemàtiques actuals, com la teoria de nombres, la teoria de grups, la teoria de representacions, o la geometria algebraica.

Langlands va esbossar un pont sobre una separació de les matemàtiques que data del temps d'Euclides, la separació entre magnitud i multitud. Les magnituds són la forma matemàtica de la mantega, una entitat contínua de coses que es poden dividir en trossos tan petits com es vulgui. Línies i corbes, el pla i l'espai on vivim, i fins i tot els espais de dimensions superiors són tots magnituds, i són normalment estudiades amb les eines de la geometria i l'anàlisi. Les multituds, en canvi, són com els fesols, objectes discrets que es poden posar en munts, però que no es poden dividir sense perdre la seva essència. El conjunt de tots els nombres és l'exemple canònic de multitud i s'estudien amb les eines de la teoria de nombres. Langlands va predir que certs nombres que sorgeixen en l'anàlisi —en concret, els valors propis de certs operadors de formes diferencials sobre certes varietats de Riemann, anomenades *formes automorfes*— eren en realitat un codi que, si es desxifra, classifica objectes fonamentals del món aritmètic.

Una de les eines desenvolupades des del programa de Langlands és la fórmula de la traça de Arthur-Selberg, una equació que mostra com certa informació geomètrica pot calcular informació aritmètica. Això té valor per si mateix i, a més, és un primer pas en la demostració del principi de functorialitat de Langlands, un dels grans pilars del seu programa. Però Langlands va topar amb un obstacle molest en tractar d'utilitzar la fórmula de la traça. Va anar trobant unes sumes finites complicades que clarament semblaven iguals, però que ell no trobava la manera de demostrar per què. Semblava un problema senzill, que hauria de poder-se resoldre amb una mica de joc combinatori, de manera que el va anomenar *lema* —el terme usat per fer referència a un resultat menor, però útil— i el va assignar a un estudiant de postgrau.

Quan l'estudiant de postgrau no va poder demostrar-ho, ho va provar amb un altre. Després, ell mateix s'hi va posar a treballar. I va consultar amb d'altres matemàtics. Al mateix temps, a mesura que tothom fracassava, la necessitat urgent del resultat es feia cada vegada més evident. Així, el problema va passar a ser conegut amb un nom lleugerament més gran: «lema fonamental».

Després de tres dècades de treball, només uns pocs casos especials han pogut ser efectivament demostrats. La falta d'una prova general va ser un obstacle tan gran per al progrés, que molts matemàtics van començar simplement a suposar que el lema fonamental era cert i a desenvolupar

resultats que en depenien. Així s'ha creat un cos teòric enorme de resultats que s'esmicolarien si el lema fonamental resultés ser fals.

Ngô Bao Châu fou qui finalment resolgué el problema obert. Les complicades identitats del lema fonamental que va obtenir poden ser vistes sorgint de manera natural dels sofisticats objectes matemàtics coneguts com a *fibracions de Hitchen*. El seu enfocament fou totalment nou i inesperat: les fibracions de Hitchen són objectes purament geomètrics propers a la física matemàtica, gairebé l'última cosa que s'esperava que pogués ser rellevant per a aquest problema, en la part més pura de la matemàtica pura.

Va esdevenir ràpidament evident que Ngô havia trobat una profunda connexió. El seu enfocament va convertir la complexitat molesta i incòmoda del lema fonamental en una senzilla i natural afirmació sobre fibracions de Hitchen. Fins i tot, abans de completar la seva prova, ja havia aconseguit una cosa encara més impressionant: generar una veritable comprensió sobre el tema.

A més, posant el problema en aquest marc molt més general, Ngô es va dotar de noves i poderoses eines per a l'assalt definitiu. El 2004, va provar alguns casos especials importants i difícils treballant amb el seu exdirector de tesi, Laumon Gérard. I el 2008, utilitzant els seus mètodes nous, resolgué el problema en tota la seva generalitat.

Els mètodes de Ngô són tan nous que els matemàtics esperen que serviran per a tractar també altres problemes oberts. Un primer objectiu és una altra peça del programa de Langlands, la seva *teoria de l'endoscòpia*.

Les seves tècniques fins i tot podrien assenyalar el camí cap a una possible prova completa del principi de functorialitat, que estaria ben a prop d'una plena realització de la visió original de Langlands. Langlands mateix, que té prop de setanta anys i encara està plenament actiu matemàticament, ha desenvolupat un enfocament altament especulatiu, però a l'hora atractiu, per al problema. No està encara gaire clar que aquestes idees puguin portar a una prova completa, però si ho fan, hauran de recolzar en les idees geomètriques que Ngô ha introduït.

Julie Rehmeyer

Stanislav Smirnov, Universitat de Ginebra, Suïssa

For the proof of conformal invariance of percolation and the planar Ising model in statistical physics.

Stanislav Smirnov ha posat una base matemàtica molt ferma a una àrea emergent de la física matemàtica. Ha donat demostracions elegants de dues conjectures antigues i fonamentals de la física estadística, i ha trobat simetries sorprenents en models matemàtics de fenòmens físics.

Tot i que el treball de Smirnov és molt teòric, està relacionat amb algunes preguntes sorprenentment pràctiques. Per exemple, quan l'aigua pot fluir a través del sòl i quan és bloquejada? Per tal que flueixi, els porus a petita escala han d'estar units formant un canal continu d'un lloc a un altre. Aquesta és una qüestió clàssica de la física estadística, perquè el comportament a gran escala d'aquest mateix sistema (si l'aigua pot fluir a través d'un canal continu de porus) és determinat per la seva versió a petita escala, el comportament probabilístic (la probabilitat que en un punt donat del sòl, hi hagi un porus).

També és una pregunta natural modelar-ho matemàticament. Imaginem que cada punt del sòl és un punt d'un reticle, i li assignem el color blau si l'aigua pot fluir i el groc si no pot. Determinem el color de cada punt amb el llançament d'una moneda ponderada (cares per al groc, creus per al blau). Si un camí de punts blaus creua d'un costat a l'altre d'un rectangle, l'aigua pot passar d'aquest costat a l'altre.

Aquests *models de percolació* es comporten d'una manera remarcable. Per als valors extrems, el seu comportament és com hom espera: si la moneda està fortament ponderada en contra del blau, l'aigua gairebé amb tota seguretat no podrà circular, i si està fortament ponderada